

擾乱付きの自己回帰過程からの出力と擾乱との相関———

地球大気のア平均気温上昇は数年スケールの擾乱と独立ではない。

中本正一朗¹, S. Tansuriyavong², S. Prasanna Kumar³, K. Ueyoshi⁴,
B. Subrahmanyam⁵, 山本祐樹⁶, 加納誠⁶

¹ 沖縄工業高等専門学校, 機械システム工学科

² 沖縄工業高等専門学校, メディア情報工学科

³ National Institute of Oceanography, Dona Paula, Goa, India,

⁴ Scripps Institution of Oceanography, University of California at San Diego, CA

⁵ Satellite Oceanography Lab. University of South Carolina, Columbia, SC

⁶ 山口東京理科大学, 機械工学科

要旨 :

(1)地球の気温観測データが第1次の自己回帰(AR1)過程で表現できること、(2) AR1過程が微小な擾乱で駆動されると、AR1過程の出力の特徴的な時間が擾乱よりもかなり長時間になることを示し、(3)エルニーニョ・ラニーニャの数年スケールの短期擾乱で駆動された地球の大気の温度は数十年スケールの長期の上昇傾向を生み出していることを気象庁が公表した過去30年間の全球平均気温観測データを用いて例示する。

第1章 :

過去100年間に観測された地球大気のア平均気温が上昇しているのは地球の大気中に蓄積された化石燃料由来のCO₂が主因であるというのが人為起源のCO₂による地球温暖化仮説である。この仮説は観測データによって証拠付けられている(つまり観測によって検証されている)のだろうか?大気中のCO₂濃度と大気のア平均温度の観測データには相関がある。しかしCO₂濃度と気温の間に相関があるからと言って産業革命以来の化石燃料由来のCO₂が大気のア温度を上昇させる主因であると結論することはできない。

地質年代のスケールでは気温が変動したあとでCO₂やメタンの濃度が変動している⁽¹⁾。またエルニーニョ・ラニーニャのような数年スケールで気温が変動した後で大気中のCO₂濃度が変動している⁽²⁾。すなわちCO₂濃度の上昇が先におこり、そのあとで気温が上昇する事例はいまだに観測されていないのである。

エルニーニョやラニーニャ現象に伴い地球規模で気温や気圧が変動し数年おきに地球上に異常気象が出現したとマスゴミで宣伝されたのが 1980 年代から 1990 年代であった。専門家たちの間では数年おきに発生する地球規模の温暖化現象 (Warm episode) がエルニーニョの特徴であるとされ、この温暖期には東部熱帯太平洋では深い海の栄養塩や炭素含有率の高い海水が海面付近まで上昇せずペルー近海では魚が取れなくなる (これは海洋学の分野では湧昇の弱まりと呼ばれている)。

ラニーニャ期には CO_2 を豊富に含む深い海の海水が熱帯太平洋海域では海面付近に上昇し CO_2 を大気に送り出す (つまり海面付近の海水が高校化学で習うヘンリーの法則に従う)。しかしエルニーニョ期になると CO_2 を豊富に含む海水は海面付近に上昇せず、したがって海洋から大気への CO_2 の輸送が減少する^(注1)。

注1：これはエルニーニョの発生後に大気中の濃度が上昇するのとは相反するようにみえる。近藤邦明氏は「ペルー沖の海域に暖水塊が滞留するエルニーニョ期では、深海からの栄養塩類や有機炭素の海面への輸送を弱める効果と同時に、大気から海洋に吸収される CO_2 量の減少としての効果を考えるべきである。また、エルニーニョが最盛期を越え、暖水塊が貿易風の回復で西に広がりその海域の表面海水温の上昇が表面水に含まれる CO_2 の大気中への放出を促すのかもしれない。こう考えると、エルニーニョ初期には多少大気中 CO_2 濃度は低下した後、暖水塊の表面積の拡大で周辺表面海水温の上昇によって CO_2 放出量が増え、エルニーニョ終了後に暖水塊が西へ拡散することで更に CO_2 放出が増え、その結果エルニーニョ最盛期よりも後に大気中 CO_2 濃度の極大値が表れるのかもしれない」と提案している。

そこで熱帯太平洋に見られるエルニーニョ・ラニーニャ現象と連動した地球規模の大気と海洋の熱的現象にともない大気中の CO_2 が増減するとしたのが槌田敦である⁽³⁾。これに対して化石燃料由来の CO_2 温暖化仮説を支持する人たちは「数年スケールの地球の気温の変動はエルニーニョが原因であっても少しも構わない。100 年まえの産業革命により化石燃料から CO_2 が排出されたのだから、100 年スケールの世界平均気温の上昇は数年スケールの気温変動とは全く別物である。過去 100 年間の地球温暖化は産業革命以来の人類が化石燃料を燃焼させて CO_2 を大気中に排出したことが原因である」と主張する^(注2)。これが CO_2 の温室効果による地球規模の温暖化といわれる仮説である。

CO_2 温暖化仮説は CO_2 が 3 原子分子であるから、3 原子分子の伸縮運動や回転運動するために荷電した原子から赤外部のエネルギーが放出されるという演繹主義に根拠をおいている。しかし、地球の大気という環境においてこの演繹主義が適用できる保証はどこにもないことを忘れてはいけない。ここでは観測されている事実根拠をおけば過去の気温データから何が結論されるのか、また観測事実に基づきどのような論理を組み立て、その論理は我々をどこに導くかについて、論理と初等数学を用いて議論する。

注2：これは情緒的な主張であるから、科学論文ではこんな主張はされないが、新聞やテレビやマスゴミや環境保護団体や政治団体では多用されている。たとえばテレビでは化石燃料悪者説を説教する専門家たちは「3原子分子としてのCO₂が振動したり回転することにより地上にむけてエネルギーを放射しつづけるために地上はますます熱くなるのだ」と説明する。これに対して「大気中の水もまた3原子分子であり、水分子の回転や振動によるエネルギー放射がおこなわれるが、水分子が振動しているためのドップラー効果や、ほかの原子や分子が存在するために力場がみだされたり赤外エネルギーを吸収して励起される3原子分子の寿命が特定されないこと(つまり Heisenberg の不確定性原理)などにより水分子のスペクトル線に特有の自然の幅が存在するためにCO₂分子のわずかなエネルギー放射のスペクトル幅を覆ってしまうこと」を榎田敦氏は指摘し、水分子による温室効果のためにCO₂分子による温室効果の貢献度は大変小さい(つまりCO₂分子の出る幕なんてない)と主張するのである。3原子分子が加速度運動をしてエネルギーを放出することは電磁気学の理論である。榎田は「電磁気学の理論が原子や分子のスケールでは適用できないことがわかったからこそ量子力学が形成された事実を思いだそう」とわれわれに言っているのだろう。1930年にすでに確立されている量子力学の理論が古臭くて使いものにならないと言ってはいけないのだ。しかし、テレビや新聞にでてくる専門家などは水分子のドップラー効果によるスペクトル幅がCO₂分子のエネルギースペクトル幅を覆い尽くすことには触れないうで、このままでは人類は温暖化危機を避けられないと脅すことによりテレビ視聴者や公開討論会の聴衆の危機感と正義感を煽るのである。

第2章では地球の気候データは第1次の自己回帰(AR1)過程で表現できることを紹介し、自己回帰過程の出力は擾乱と相関をもつことを証明する。このことは擾乱の時間スケールが小さいことから擾乱がAR1の出力を駆動することを示すものである。第3章では過去30年間の地球の平均気温観測データを用いてエルニーニョ・ラニーニャなどの数年スケールの温度変化が原因で長期の気温の上昇傾向が現れることを示す。

第2章：地球の平均気温は第1次の自己回帰モデルで表現できる

筆者の知る限りでは気候が第1次の自己回帰過程AR1(またはマルコフ過程)で表現できると提案したのはハッセルマンである⁽⁴⁾。ポリヤック(Polyak)は観測された気圧や気温や湿度のデータを用いてAR1過程などの確率過程がこれらの大気状態の変動を表現することを示している^(5,6)。また数値計算技法を用いた気候モデルが過去の気温変動を真似(シミュレーション)しているかどうかを検証する方法として真鍋は木の年輪を使って復元された過去の気温データも気候シミュレーションから得られた仮想地球モデルの気温データも、いずれのスペクトルも赤色ノイズの形をしていると報告している⁽⁷⁾。赤色ノイズのスペクトルはAR1過程の特徴であるから、気候シミュレーションモデルを使った仮想地球の気温も観測された地球の気温もAR1過程によって表現できると言ってもよいであろう^(注3)。

注3：このように系を駆動する入力の原因として系が出す出力データの統計的性質を表現する確率過程は系の線形応答の仕組みを明らかにする。つまり数学形式は線形微分方程式と全く同じであるが系の従属変数(すなわち系の軌跡)は連続微分可能ではなくても系の無限回試行の軌跡が連続微分可能な解析関数になるから微分方程式の従属変数は確率変数なのである。すなわちこのような微分方程式で表現される対象は確率過程に従うのである。

ここで注意しておくべきは確率過程で表現される観測対象の未来は決して予測が可能ではないということである。未来は予測できないが、おもちゃの数学模型を使っておもちゃの疑似的地球の未来だけが計算できるにすぎないことをわれわれは心に留めておいたほうがよい。このことに無頓着していると100年将来に日本列島を暴風雨が襲撃するような煽情的なテレビ番組を全国放映する最近のマスゴミや専門家にだまされるであろう。

では「地球の気温はなぜ第1次の自己回帰(AR1)モデルで表現できるのか？」を論じよう。なぜ気候モデルがAR1過程のスペクトルをもつのだろうか？それにはAR1過程の数学的構造をしらべてみればよい。一般に系の出力がAR1過程で表現できるばあいは系の出力のスペクトルは赤色ノイズとよばれる。このようなAR1過程を離散系で表現すると

$$\Theta(n+1) = \alpha \theta(n) + \varepsilon(n) \quad (1)$$

と書かれる。ただし θ は系の出力で全球の年平均気温の上昇分と考えれば良い。全球の年平均気温に対する擾乱 ε は系を駆動する外力と考えるのである。つまり、この確率モデルではエルニーニョ・ラニーニャなどのように全球規模で急激な(つまり微分可能でない関数を持つ)擾乱を受けたAR1過程で表現される全球の年平均気温 θ がどのような応答をしているのかを調べるのである。

ここでAR1過程を駆動する外力は白色ノイズであるとしよう。すると外力の平均値はゼロで、自己相関はゼロである。すなわち

$$\langle \varepsilon(t) \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon(t) \cdot \varepsilon(t') \rangle = 0 \quad (2)$$

である。ここではわれわれの観測する時間スケールがマクロ過程の観測で、自然対象の過程がマイクロ過程であると考えるのである。すなわち上の離散系(1)が生起している素過程をマイクロ過程とみなし、そのようなマイクロ過程の本質的な時間間隔はわれわれが系を観測する時間にくらべて非常に小さいとする。このようにして気象と気候の状態を数学で表現することができる。

するとマイクロ過程は次の微分方程式で表現される

$$d\theta/dt + a\theta = \varepsilon(t) \quad (3)$$

ここで $a = 1 - \alpha$ である。

この微分方程式(3)は右辺の ε が白色ノイズだから出力 θ も確率的なふるまいをする。ここで、出力 θ のスペクトルを求めるために系の出力 θ と駆動力 ε をフーリエ変換して

$$\Theta(\omega) = \int \theta(t) \exp(i\omega t) dt \quad (4)$$

$$v(\omega) = \int \varepsilon(t) \exp(i\omega t) dt \quad (5)$$

とおき、上の線形1階方程式(3)に代入することにより

$$(i\omega + a)\Theta(\omega) \exp(i\omega t) = v(\omega) \exp(i\omega t) \quad (6)$$

を得るから出力 θ のスペクトル密度関数は

$$\Theta(\omega)\Theta(\omega)^* = G_0/(\omega^2 + a^2) \quad (7)$$

となり、周波数 ω の肩が -2 であるスペクトルを得る。このようなスペクトルは赤色ノイズとよばれている。ここで

$$G_0 = v(\omega)v(\omega)^* \quad (8)$$

は $\varepsilon(t)$ の分散であり、これは定数のスペクトル密度である。

さて赤色ノイズは系のどのような特性をもつのだろうか？このためには上の1階線形微分方程式の地球物理学的な意味を考えてみればよい。もし $a=0$ なら外力 ε の変動時間と系の応答時間は同じになる。つまり系は外力 ε によって駆動されると瞬く間に変動する。つまり数年ごとにエルニーニョやラニーニャの変動を引き起こす擾乱があれば、瞬く間に全球の年平均気温もまた変動する。これはエルニーニョ・ラニーニャが全球スケールの異常気象を伴うことが分かっているから当たり前であるといつて笑ってはいけ

ない。AR1 のパラメータ α が全球の年平均気温を調整するのである。では $a \neq 0$ は何を意味するのか？これは系の外部から擾乱 ε が働く確率微分方程式の解を考えてみればよい。物理学ではランジュバン方程式と呼ばれる確率過程と同じである。ランジュバン方程式の摩擦力に対応するのが $a\theta$ である。つまり AR1 の系が擾乱 ε でゆすぶられるとき系の摩擦力によって変動を妨げることにより系の変動を緩やかにする目安が a の大きさである。これは(3)の解を見ればよくわかる。(3)の厳密解は

$$\theta(t) = \theta(0) \exp(-at) + \exp(-at) \int \exp(at') \varepsilon(t') dt' \quad (9)$$

と書かれる。ここで積分領域は $t' = 0$ から $t' = t$ までである。

ここで a がゼロの場合は外力の擾乱を加え合わせたものが系の出力である。 a が有限の正の値を持つならば、外力 $\varepsilon(t)$ の駆動を時間 t' で反転するかのごとく(または系の自然変動とは逆方向に変動するように)外力の影響を緩和時間 $1/a$ の間だけ引きずっているのである。 a が大きくなればなるほど緩和時間 $1/a$ は短くなり、短い緩和時間 $1/a$ の間に大きな変動 ε が積分期間の間だけ積みかさねられるのである。つまりエルニーニョという外力 ε の影響が全球の年平均気温に大きな記憶として刻み込まれると言ってもよい。大きな記憶が消え去らないうちにまた別の外力で系が駆動されたらどうなるか？つまり前の衝撃の記憶が消え去らないのにさらに新しい衝撃が襲いかかるのである。このようにしてエルニーニョ・ラニーニャの擾乱はたとえ自分自身では無相関(つまり $\langle \varepsilon(t) \varepsilon(t') \rangle = 0$)であっても、これらの外力が積みかさねられる仕組みを(9)の右辺の第2項が我々に教えてくれるのである。

それでは外力 ε と系の出力 θ の相関関数の形を解析関数で表現してみよう。ここで(9)の右辺第2項の駆動力 ε は平均値がゼロの白色ノイズであることを用いると

$$\langle \theta(t) \rangle = \theta(0) \exp(-at) \quad (10)$$

を得る。これは、全球の年平均気温 $\theta(t)$ の期待値には駆動力 $\varepsilon(t)$ の影響は表れていないことを示している。つまり AR1 過程で表現される大気の年平均気温 θ を 100 年間観測したデータから得られた期待値 $\langle \theta(t) \rangle$ は地球表層の熱特性を表すパラメータ a で完全に記述されるということで、当たり前である。ここでの $\langle \theta(t) \rangle$ は確率過程の標本空間から標本を採ったときの期待値のことであるから原理的には観測の回数を無限に大きくしたときにはじめて意味を持つことを思い出そう。するとわれわれは地球の気温

の観測データを無限に長くとれないことからくる影響をここでは議論したくなる。つまり有限期間の観測データから求めた系の出力 θ のすべての統計量が外力に影響されるかを問うのである。

上の確率微分方程式(3)を用いて出力 θ と外力 ε の相関 $\langle \theta \cdot \varepsilon \rangle$ を求めてみよう。このためには上の微分方程式に θ を掛け算すれば右辺の集合平均(アンサンブル平均)が θ と外力 ε の相関 $\langle \theta \cdot \varepsilon \rangle$ になることに注意すると

$$\langle d\theta^2/dt \rangle / 2 + a \langle \theta^2 \rangle = \langle \varepsilon(t) \theta(t) \rangle \quad (11)$$

と書かれるから、外力と系の出力の相関 $\langle \varepsilon(t) \theta(t) \rangle$ は左辺の θ の2乗平均 $\langle \theta^2 \rangle$ の値で決定されることがわかる。つまり θ そのものではなく、 θ の分散すなわち θ の2次の統計的な情報のみが系の確率過程を決定するのである。

では θ の2乗平均 $\langle \theta^2 \rangle$ の値を見てみよう。そのためには

$$\langle \theta^2 \rangle = \langle [\theta(0) \exp(-at) + \exp(at) \int \exp(at) \varepsilon(t) dt] \cdot [\theta(0) \exp(-at') + \exp(at') \int \exp(at') \varepsilon(t') dt'] \rangle \quad (12)$$

を計算する。ここでは、集合平均をとるのだから

$$\langle \quad \rangle = \int dt \quad (13)$$

を計算する際に積分の下限がゼロ、上限が無限大にとること、また外力 ε が自分自身では独立であり、分散が G_0 であることに気をつけると θ の2乗平均は

$$\langle \theta(t)^2 \rangle = \theta(0)^2 \exp(-2at) + G_0 / (2a) [(1 - \exp(-2at))] \quad (14)$$

と書かれる。ここで $G_0 = v(\omega) v(\omega)^*$ は $\varepsilon(t)$ の分散である。

すなわち、系の出力 θ の変動の2次の統計量を表す分散は右辺の第1項があらわすように系自身の期待値の時定数を2倍に拡大するのみならず、エルニーニョなどの外力の変動を表す分散 G_0 をも足し合わせているのである。つまり地球の大気温度が AR1 過程で表現されるならば、系の出力は自分自身の時定数を2倍に引き延ばしながら系の初期

値は減衰し、初期値が減衰し終わったときに外力 ε の分散が息を吹き返してくると言ってもよい。上の線形微分方程式であらわされた系の特徴的な時間スケール a が経過すると外力と系の相関が生まれるのである。

第3章：地球の気温観測データをどう解釈するか？

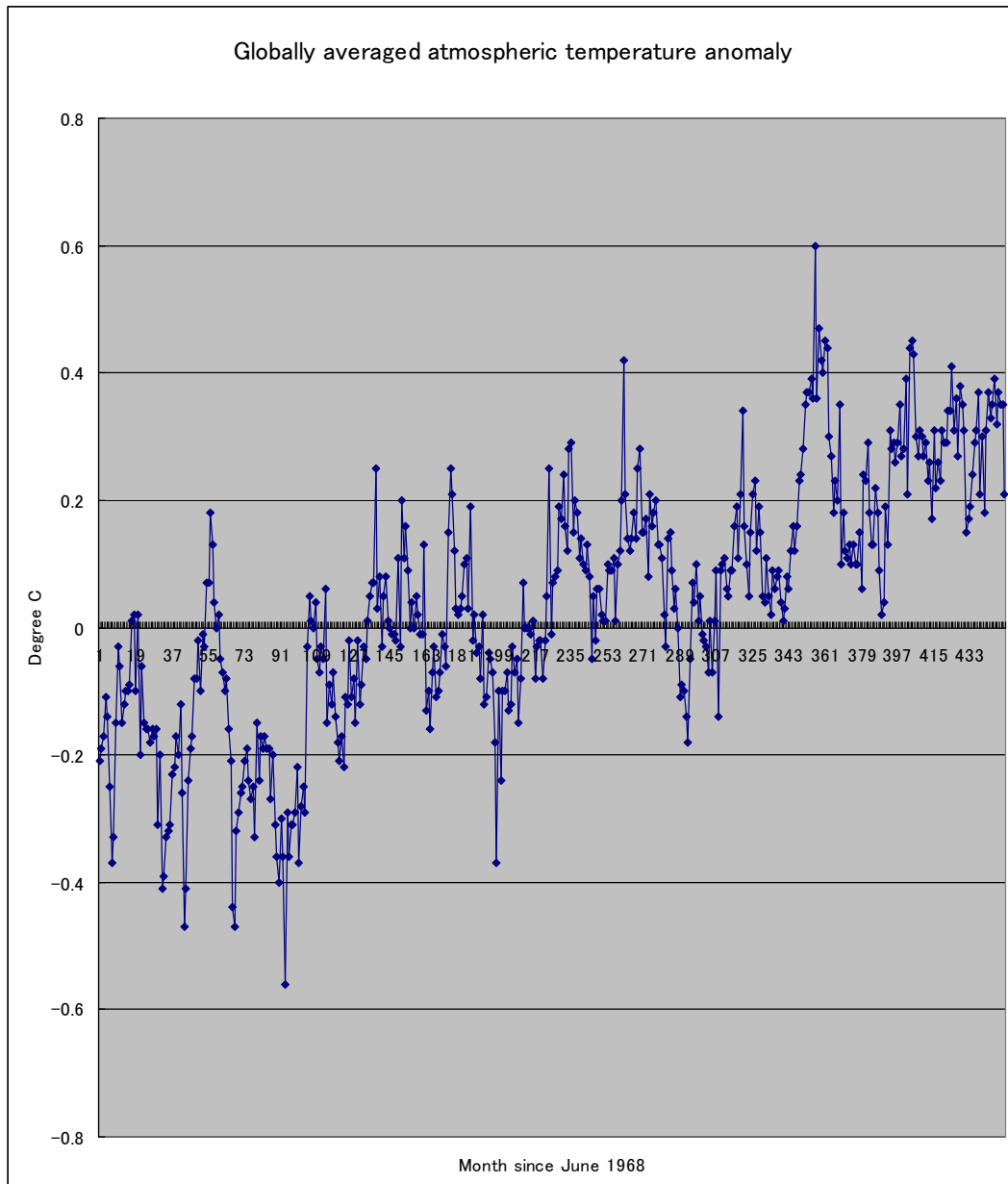


Fig.1 Globally averaged atmospheric temperature anomaly

過去 100 年間に大気に蓄積された化石燃料由来の CO_2 分子が加速度運動をするためにエネルギーを地上に向けて放出し、このために地球の平均気温が上昇しているとするのが CO_2 温暖化説である。人為起源の CO_2 が地球を温暖化させていることを観測データを使って証明することが不可能だからと言って、「今われわれ一人ひとりが CO_2 の排出を少なくする努力を怠れば将来は取り返しがつかないことになる」と偽善的情緒に訴えて予防原則に依拠するならば、 CO_2 温暖化仮説は科学を進歩させる仮説とはいえない。そこで観測データだけをつかって何をどのように議論すればいいのかをここでは議論してみよう。

数年おきに地球表層ではエルニーニョ・ラニーニャと呼ばれる気温変動が起きる。この気温変動は観測データで確立されているから、エルニーニョ・ラニーニャの信号で地球の海洋と陸面が駆動される過程を考えよう。図 1 は気象庁から公表された『全球平均気温偏差』データである。これは、各観測点の着目年・着目月の月平均気温から、各観測地点の着目月と同じ月の月平均気温の 1971~2000 年の 30 年間の平均値(つまり専門家たちが気候値と呼んでいるもの)を差し引いたものである。『30 年という長い期間の平均気温の値から外れている』という意味で全球平均気温偏差 (Globally averaged atmospheric temperature anomaly) と呼ぶことにしよう。

さて図 1 をみると 1970 年代から 2000 年にかけて全球平均気温偏差は上昇しているから、この上昇傾向を時間の一次関数で近似し、この上昇傾向を差し引いたものを上昇傾向抜き気温偏差 (De-trended temperature anomaly) と呼ぼう。すなわちもともと全球平均気温偏差から時間の 1 次関数を差し引くことによって、われわれは観測データが時間平均がゼロになる定常確率過程からの出力であるとしてとりあつかうことが可能になったのである。このようにして求められた値は数年から数十年スケールの擾乱である(図 2)。図 2 には全球平均気温が数年おきに变化するエルニーニョ・ラニーニャ現象があらわれている。

100 年スケールで地球の大気温度が変化することに対して数年から数十年スケールの大気温度の変動は擾乱(または雑音)とみなされるから、前章であつかった雑音で駆動された微分方程式の議論が応用できるのである。もし図 2 を入力として 1 次の自己回帰過程を駆動したときの出力が上昇傾向を生みだせば、この上昇傾向は 1 次の自己回帰過程それ自身に内包されたゆっくりとした応答特性に起因することを前章では示している。

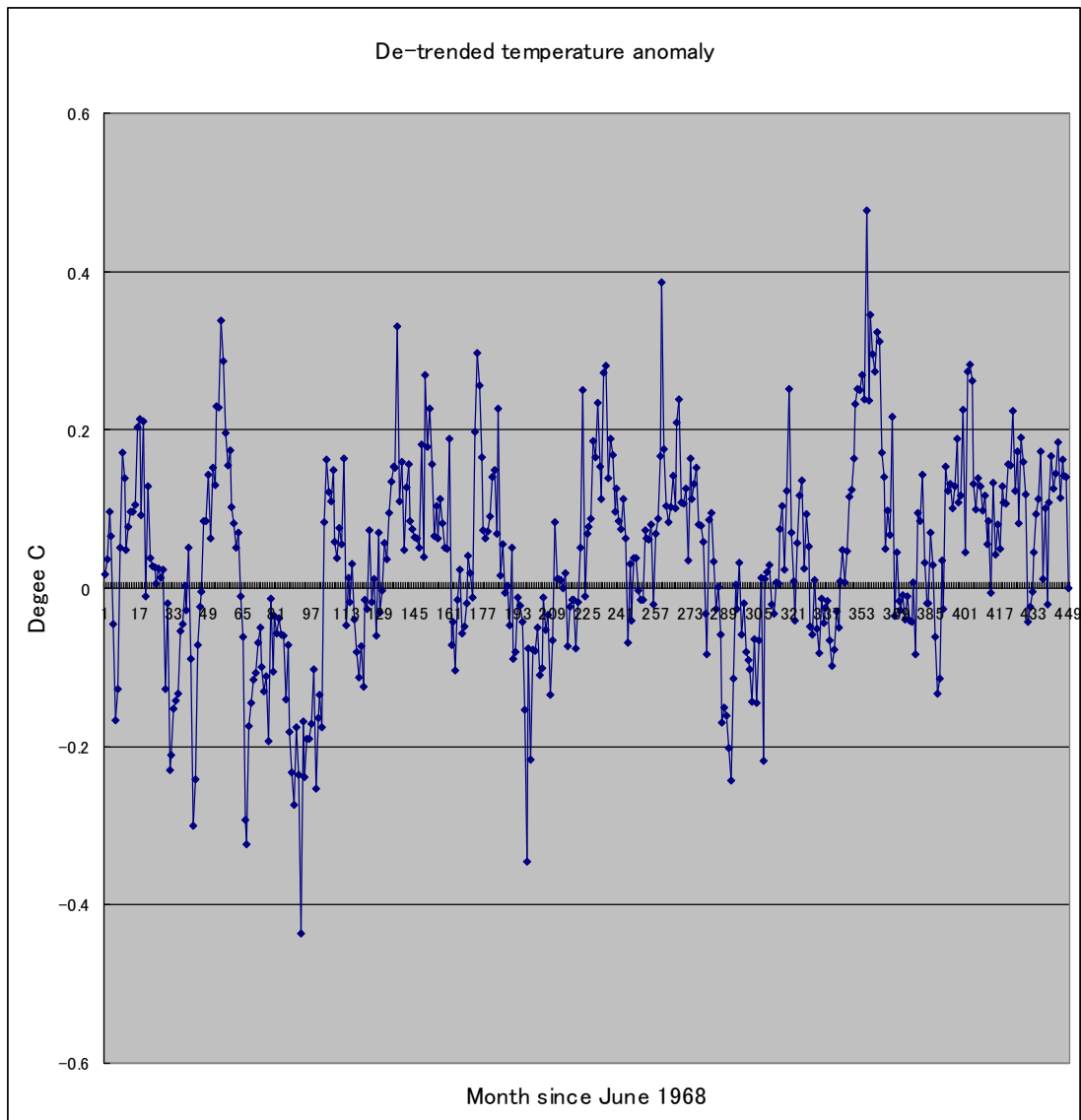


Fig.2 De-trended temperature anomaly

1 次の自己回帰過程の中にある α は数年スケールの気温擾乱に対して地球の気候系自身もつ応答特性のパラメータである。気温の上昇傾向や下降傾向はパラメータ α によっていくらかでも変えることができる。たとえば陸面と海洋の熱容量(比熱)を比較すると後者は前者にくらべて大きいから、陸面は外力の駆動にたいして早く応答するが、海洋はゆっくり応答する。つまりマルコフ過程のパラメータ α は時間経過に対する過去の記憶を表している。確率微分方程式のパラメータ $a = 1 - \alpha$ は外力に駆動されて系全体を代表する値が変動するとき、その変動を減衰させる時間の逆数(つまり記憶の逆数と言いかえてもいい)を表現する。

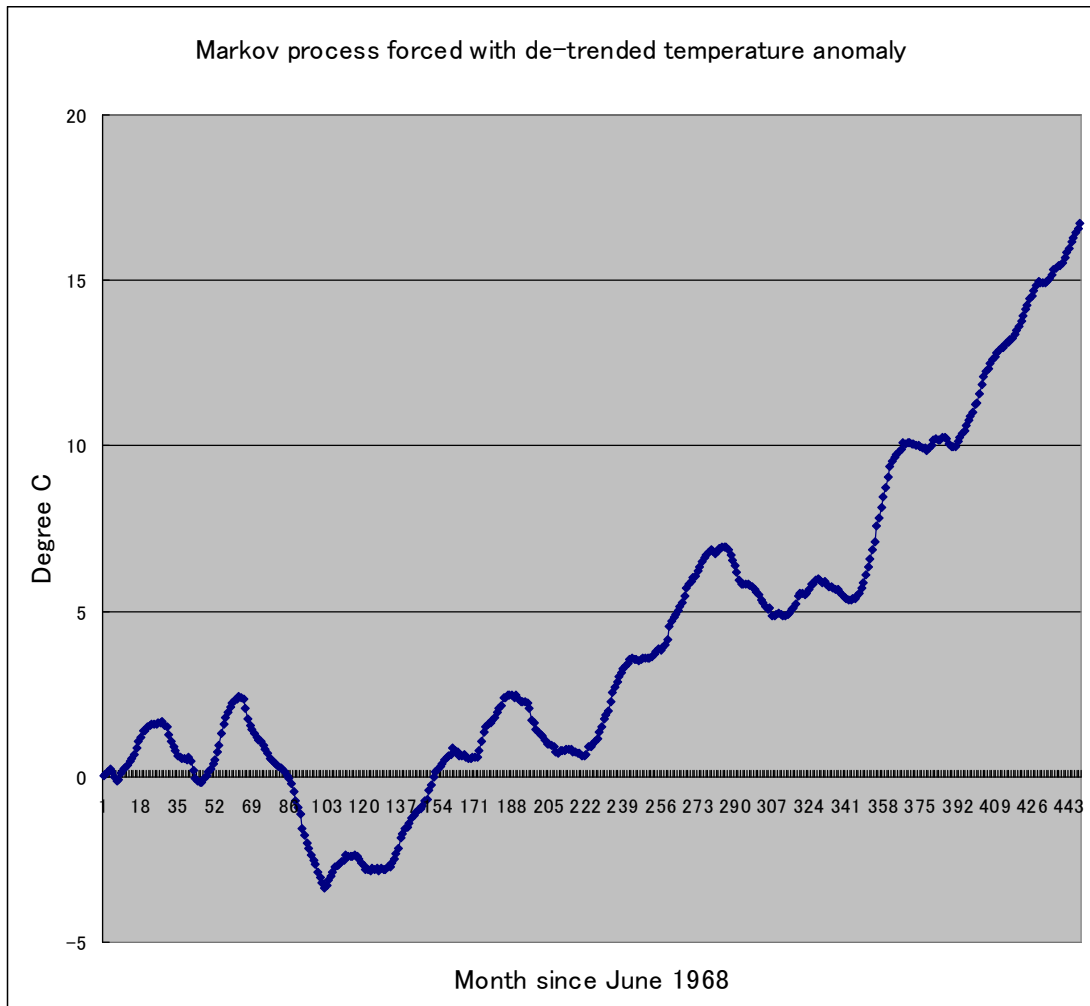


Fig.3 Markov process forced with de-trended temperature anomaly ($\alpha = 1$)

図3は前章で $\alpha = 1$ にした1次の自己回帰過程(すなわちマルコフ過程)の出力である。すなわち外力の擾乱を完全に記憶して次世代に伝達する場合である。これによると1976年ごろから1981年ごろまでは気温が下がったが、それからは2005年までは気温が上昇していることがわかる。

図4は $\alpha = 0.99$ にした時の1次の自己回帰過程からの出力である。系外からの擾乱を99%だけ記憶して次世代に伝えるばあいである。図3に比べて系の出力が半分以下に下がっている。

図3と図4を比較すると何がわかるか?つまり1次の自己回帰過程を表現するパラメータ α がわずかに数%に変化するだけでも自己回帰過程で表現された地球の大気温度は

16度から8度まで大きくばらつくのである。では自己回帰過程はどれだけ信頼できるのだろうか？

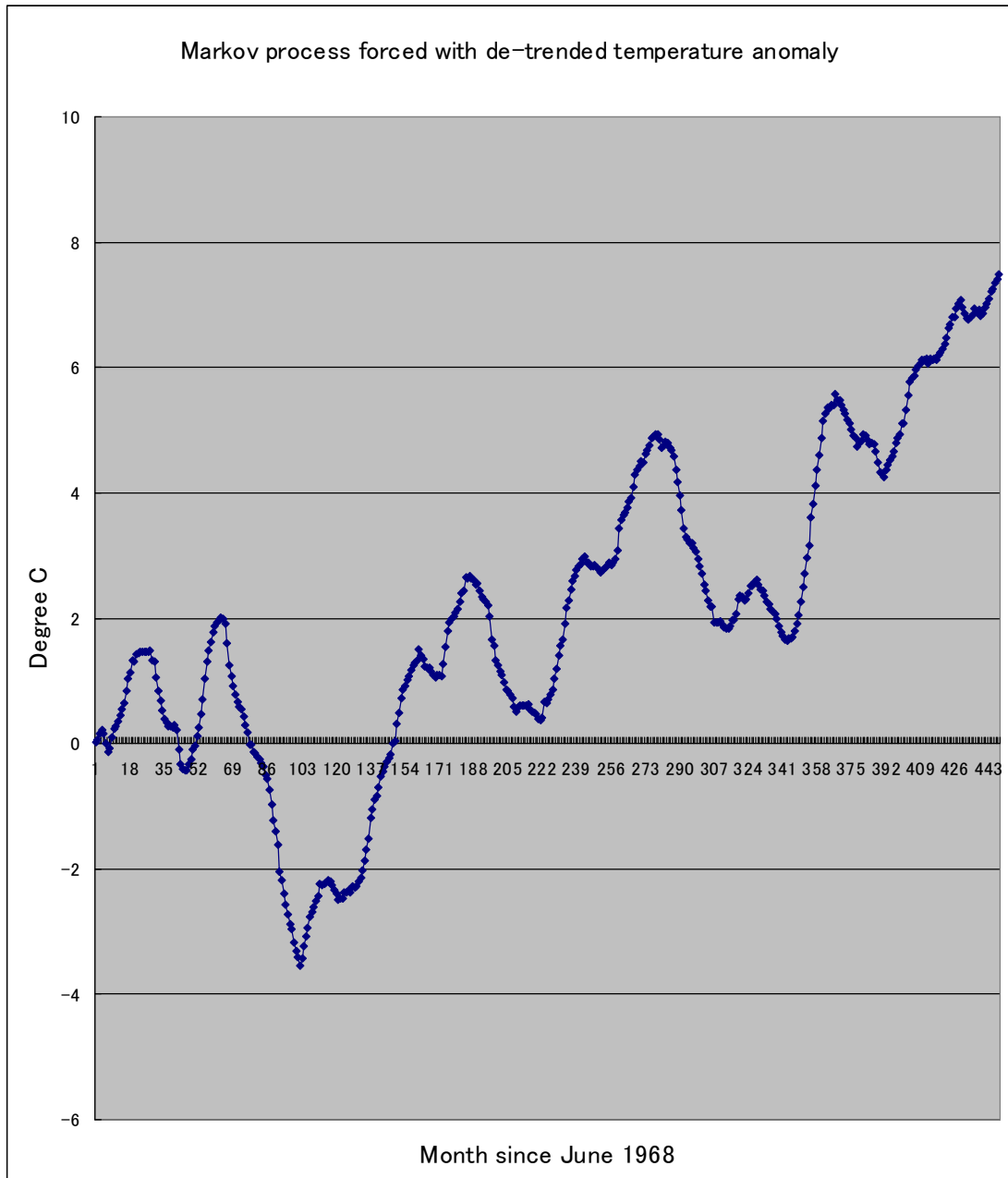


Fig.4 Markov process forced with de-trended temperature anomaly ($\alpha=0.99$)

現在多くの温暖化予測センターで用いられている気候を真似する数値気候モデルでは陸面過程や海洋過程をどのように数値模型化するかによって気候シミュレーションモデ

ルが示す熱容量が調整され、したがって系外からの擾乱に応答する地球の気候モデルの熱応答特性がきまる。気候シミュレーションモデルではいろいろなパラメータを調整して実際の観測データを真似できる数値モデルは良いモデルといわれる。良いパラメータを選んだ数値気候予測モデルは地球の気候の変化をうまく真似しており、その時の系の出力は赤色ノイズを出力する AR1 過程で表現できる (7)。したがって 確率過程としての地球の気候を表現する AR1 過程のモデルもまたパラメータ α を調整して、現実に関測された大気温度を真似することがすでに保証されたと言えるのだ。

地球の気候系を AR1 過程で表現することは 1978 年にハッセルマンによって提唱されて 30 年になる。AR1 過程は定常の擾乱で駆動してもその出力が定常にならないことは知られていた。本研究では過去 30 年間に観測された全球平均気温データを用いて、定常状態の擾乱データが全球平均気温を上昇させる例を示した。つまり (1) エルニーニョ・ラニーニャ現象の時間スケール(つまり 2 年から 4 年)は 100 年よりも小さいから系に対する擾乱とみなし、(2) 今年のエルニーニョ現象は次のエルニーニョまたはラニーニャに対して独立であると仮定したとき、エルニーニョ・ラニーニャスケールの擾乱が 30 年スケール全球平均気温の上昇傾向を産み出したのである。したがって本研究においては、化石燃料由来の CO_2 濃度が地球の大気に蓄積しそのために地球全体の平均気温が過去 100 年スケールで上昇したとする人為起源の CO_2 温暖化仮説ではなく、数年から数十年スケールの気温の変動が長期の気温の上昇傾向を生み出すことを、大気温度の観測値を使って示した。

謝辞 :

気象庁が公表している全球平均の月別気温データは近藤邦明氏から提供していただいた。エルニーニョ・ラニーニャスケールの擾乱が全球平均気温の上昇傾向を産み出すことは近藤邦明氏と槌田敦氏が気象庁公表による気温観測データを解析して明らかにし、そのことを本論文著者らに教えていただいたことから本論文の考察が始まった。観測データによって証明ができない人為起源の CO_2 温暖化仮説愛好家を説得するためには「気象庁公表の観測データを使って厳密な数学論理を用いることがいかに重要であるか」を教えていただいた近藤邦明氏と槌田敦氏に感謝する。

引用文献：

- (1) Crowley and North: Paleoclimatology, Oxford University Press, ISBN0-19-503963-4,1991.
- (2) Kondo and tsuchida: The Increase of Atmospheric Carbon Dioxide may not anthropogenic submitted to the Journal of Met. Society of Japan. 2008.
- (3) Tsuchida,A: CO2 Emissions by Economic Activities ae not really Responsible for the Global Warning
- (4) Hasselman, K.: Stochastic Climate models, I. Theory, Tellus, 28, 473-484.
- (5) Polyak, I.: Computational Statistics in Climatology, Oxford University Press, ISBN0-19-509999-0, 1996.
- (6) Oort, A.H.:Global Atmospheric Circulation Statistics, 1958-1973. NOAA Professional Paper No.14, US Govt. Printing Office, Washington D.C.,1983.
- (7) Manabe, S: Exploring natural and anthropogenic variation of climate. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 127, No.571, 1-2444, 2001.